Neutrinomassen

Habilitationsvortrag
24. November 1999

- Einleitung
- **Die neuen experimentellen Ergebnisse**
  - Neutrino-Oszillationen
  - Experimente (SuperK, LSND)
  - Interpretation der Messergebnisse
- **Bedeutung für die Theorie**
  - Standardmodell
  - Ansätze jenseits des Standardmodells
- Zusammenfassung

Einleitung

- Fermionmassen (Particle Data Group 1998):

	Familien („Flavors“)		
	1	2	3
Leptonen	Elektron	Muon	Tau
m_ν	$< 15\,\text{eV}$	$< 0,17\,\text{MeV}$	$< 18,2\,\text{MeV}$
m_ℓ	$0,5\,\text{MeV}$	$\sim 100\,\text{MeV}$	$\sim 1,8\,\text{GeV}$
Quarks	Up Down	Charm Strange	Top Bottom
m_u	$\sim 5\,\text{MeV}$	$\sim 1\,\text{GeV}$	$\sim 170\,\text{GeV}$
m_d	$\sim 5\,\text{MeV}$	$\sim 100\,\text{MeV}$	$\sim 4\,\text{GeV}$

- Standardmodell: $m_\nu = 0$

- $\boxed{\text{Experimentelle Hinweise auf } m_\nu \neq 0 \text{ !}}$

$$10^{-6}\,\text{eV} \leq m_\nu \leq 1\,\text{eV} \quad (?)$$

- $\boxed{m_\nu \neq 0 \rightarrow \text{Neue Physik !}}$

Fermionmassenterme

- Dirac-Spinor: $\psi = \psi_L + \psi_R$

- 2-Spinoren: $\psi_L = \binom{\varphi^1}{\varphi^2}$, $\psi_R = \binom{\chi^{\dot{1}}}{\chi^{\dot{2}}}$

- (Linkshändiger Spinor)* = Rechtshändiger Spinor

- Allgem. Massenterme ($\xi^i = \psi_L^i$, $i = 1, 2, \ldots$) :

$$\mathcal{L}_m = M_{ij}\, \xi^i\, \xi^j + \text{komplex konjugiert}$$

$$M_{ij} = M_{ji} \quad \text{(Massenmatrix)}$$

- Diagonalisierung ($\mathbb{M} = \mathbb{M}^\top$, aber i.a. $\mathbb{M} \neq \mathbb{M}^\dagger$):

$$\mathbb{M} = \mathbb{U}^\top\, \mathbb{D}\, \mathbb{U}\ ,\ \ \mathbb{U}\, \mathbb{U}^\dagger = 1$$

$$\mathbb{D} = \text{diag}(m_1, m_2, \ldots)\ ,\ \ m_i \geq 0$$

$$\tilde{\xi}^i = U_{ij}\, \xi^j$$

- Interessanter Spezialfall:

$$\mathcal{L}_m = 2m\xi\eta + M\xi\xi + \mathsf{hc}$$

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \; , \;\; M \gg m > 0$$

$$\Rightarrow \quad m_2 \approx m^2/M \ll m \; , \;\; m_1 \approx M$$

$$m_1\, m_2 = m^2 \quad \text{(geom. Mittel)}$$

„See-Saw-Mechanismus“ („Massenwippe“)

$2m\xi\eta$: „Dirac-Massenterm“
invariant unter $\xi \to e^{\mathrm{i}\theta}\xi \; , \;\; \eta \to e^{-\mathrm{i}\theta}\eta$

$M\xi\xi$: „Majorana-Massenterm“
relevant für mögliche Neutrinomassen
existiert nicht für geladene ξ

(kein prinzipieller Unterschied:
1 Dirac-Masse = 2 gleiche Majorana-Massen)

- Wichtig: i.a.

„WW-Eigenzustände“ $\neq$ Masseneigenzustände
($\to$ Neutrino-Oszillationen)

Neutrino-Oszillationen im Vakuum

$\boxed{\text{WW}} \longrightarrow \boxed{\text{Vakuum}} \longrightarrow \boxed{\text{WW}}$

ν-Erzeugung $\tilde{\nu}$-Propagation ν-Nachweis

- ν_i: Eigenzustände der schwachen WW
  (Erzeugung, Nachweis durch schwache WW)

  $\tilde{\nu}_i$: Masseneigenzustände, frei im Vakuum
  $\tilde{\nu}_i \sim e^{\mathrm{i}(E_i t - p x)}$, $E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2}$

  U_{ik}: unitäre Mischungsmatrix, $\nu = U\,\tilde{\nu}$

- Zeitentwicklung von ν_i

$$\psi(t=0) = \nu_i \equiv U_{ik}\,\tilde{\nu}_k(t=0)$$

$$\psi(t) = U_{ik}\,e^{\mathrm{i}E_k t}\,\tilde{\nu}_k(t=0) = U_{ik}\,e^{\mathrm{i}E_k t}\,U^\dagger_{kj}\,\nu_j$$

- Wahrscheinlichkeit für $\nu_i \rightarrow \nu_j$

$$P_{ij} = |\sum_k U_{ik}\,e^{\mathrm{i}E_k t}\,U^\dagger_{kj}|^2$$

- Beispiel: $i = 1, 2$; Erzeugung von ν_1 bei $x = 0$, Detektor bei $x = L$

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$p \gg m_i \ , \ E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2} \approx p + m_i^2/2p \ , \ t \approx L \ \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{12} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4p}\right) \ , \ \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2}$$

  - Oszillationslänge $\pi = \Delta m^2 L_{\mathrm{osz}}/4p$ ($L \to L/c$, $m \to mc^2/\hbar$, $p \to pc/\hbar$):

$$\frac{L_{\mathrm{osz}}}{\mathrm{m}} = 2,5 \left(\frac{p}{\mathrm{MeV}}\right) \left(\frac{\Delta m^2}{\mathrm{eV}^2}\right)^{-1}$$

  - Oszillationen nur für $m_i \neq m_j$

  - $\sin^2(2\theta) \ll 1$ oder $L \ll L_{\mathrm{osz}}$: $P_{12} \ll 1$

  - $L \gg L_{\mathrm{osz}}$: Impulsunsicherheit + lange Laufstrecke $\to$ Oszillationen mitteln sich heraus $\to P_{12} = \frac{1}{2}\sin^2(2\theta)$

Neutrino-Oszillationen in Materie

$$\begin{aligned}
\mathsf{i}\,\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix} &= \mathbb{H}_{\mathsf{mat}}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix}\\
\mathbb{H}_{\mathsf{mat}} &= \mathbb{H}_{\mathsf{vac}} + \mathbb{V}_{\mathsf{MSW}}\\
\mathbb{H}_{\mathsf{vac}} &= \mathbb{U}^\dagger\begin{pmatrix} p+m_1^2/2p & 0\\ 0 & p+m_2^2/2p\end{pmatrix}\mathbb{U}\\
\mathbb{V}_{\mathsf{MSW}} &= G_F\begin{pmatrix}\sqrt{2}\,N_e - N_n/\sqrt{2} & 0\\ 0 & -N_n/\sqrt{2}\end{pmatrix}
\end{aligned}$$

G_F: Fermi-Konstante

N_e, N_n: Elektronendichte, Neutronendichte

Diagonalisierung:

$$\begin{aligned}
\mathbb{H}_{\mathsf{mat}} &= \mathbb{U}_{\mathsf{mat}}^\dagger\,\mathbb{D}\,\mathbb{U}_{\mathsf{mat}}\\
\mathbb{U}_{\mathsf{mat}} &= \begin{pmatrix}\cos\theta_{\mathsf{mat}} & \sin\theta_{\mathsf{mat}}\\ -\sin\theta_{\mathsf{mat}} & \cos\theta_{\mathsf{mat}}\end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Mischungswinkel:

$$\tan(2\theta_{\text{mat}}) = \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{\Delta m^2 \cos(2\theta) - 2\sqrt{2}\, p\, G_F\, N_e}$$

ν-Oszillation:

$$P_{\nu_e \to \nu_\mu} = \sin^2(2\theta_{\text{mat}}) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 \sin(2\theta) L}{4p}\right)$$

Kritische Dichte:

$$N_e^{\text{krit}} = \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta)}{2\sqrt{2}\, p\, G_F}$$

$N_e = N_e^{\text{krit}} \Rightarrow \theta_{\text{mat}} = \pi/4$
$\Rightarrow$ Oszillation mit Amplitude 1

$$N_e = N_e^{\text{krit}}: \quad P_{\nu_e \to \nu_\mu} = \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 \sin(2\theta) L}{4p}\right)$$

MSW–Effekt (Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein)

Experimentelle Hinweise auf $m_\nu \neq 0$

ν–Oszillations-Experimente

$$\boxed{\nu\text{-Quelle}} \xrightarrow{\quad L \quad} \boxed{\nu\text{-Detektor}}$$

- ν-Quellen:
  Reaktor, Beschleuniger, Atmosphäre, Sonne

- ν-Nachweis durch $\boxed{\text{Produkte}}$ von ν-WWn

$$\nu + N \to \boxed{\ell} + X \quad (\text{z.B. } \nu_e + n \to e^- + p)$$
$$\nu + (Z, A) \to \boxed{(Z+1, A)} + \ell^-$$
$$\bar{\nu} + (Z, A) \to \boxed{(Z-1, A)} + \ell^+$$

- Δm^2–Bereich hängt von E_ν/L ab

Quelle	L/m	E_ν/MeV	Δm^2/eV^2
Reaktor	$10^{0\ldots3}$	1	$10^{-3}\ldots1$
Beschl.	10	$10^{1\ldots2}$	$10^{-1}\ldots10$
Atm.	$10^{4\ldots7}$	$10^{2\ldots4}$	$10^{-5}\ldots1$
Sonne	10^{11}	$10^{-1\ldots1}$	$10^{-12}\ldots10^{-10}$ oder MSW

Atmosphärische ν's – Super-Kamiokande

- ν-Quelle: Atmosphäre, ν-Erzeugung durch Protonen kosmischer Strahlung

$$\begin{array}{rrcl} \text{Atmosphäre :} & p+N & \to & \pi^+ + X \\ & \pi^+ & \to & \mu^+ + \boxed{\nu_\mu} \\ & \mu^+ & \to & e^+ + \boxed{\nu_e} + \boxed{\bar{\nu}_\mu} \end{array}$$

- ν-Detektor: **Super–Kamiokande**
  Unterirdischer 50000 t Wassertank
  Höhe 40 m, Durchmesser 40 m
  13000 Photomultiplierröhren

$$\begin{array}{rl} \text{Tank :} & \nu_e + N = \boxed{e} + X \\ & \nu_\mu + N = \boxed{\mu} + X \end{array}$$

  Nachweis der e's und μ's über deren Cerenkov-Strahlung

- $E_\nu = 10^2 - 10^4\,\text{MeV}$, $L = 20 - 13000\,\text{km}$
  $\Delta m^2 \sim 10^{-5} - 1\,\text{eV}$

- Erwartung ohne ν-Oszillationen
  (Θ: Zenith-Winkel, $\widehat{=}\ L$):

$$R_{\mu/e} = \frac{N(\nu_\mu)}{N(\nu_e)} \sim 2 \quad , \quad \frac{\partial R_{\mu/e}}{\partial \Theta} = 0$$

- Messergebnis für 4654 Ereignisse (1998):

$$R_{\mu/e} = R_{\mu/e}(\Theta) \sim 1...2$$

$$N(\nu_\mu)(\Theta) \neq N(\nu_\mu)(\pi - \Theta)$$

$$N(\nu_e)(\Theta) = N(\nu_e)(\pi - \Theta)$$

- Interpretation als Neutrino-Oszillationen:

$$\nu_\mu \longrightarrow \nu_X \ , \ \nu_X \overset{(?)}{=} \nu_\tau \quad (\nu_X \neq \nu_e)$$

$$5 \times 10^{-4}\,\text{eV}^2 < \Delta m^2 < 6 \times 10^{-3}\,\text{eV}^2$$

$$\sin^2(2\theta) > 0,82 \quad (90\%\text{CL})$$

$$\boxed{\text{Best Fit: } \Delta m^2 = 2,2 \times 10^{-3}\,\text{eV}^2 \,,\ \sin^2(2\theta) = 1,0}$$

Terrestrische ν's – LSND

(LSND = Liquid Scintillating Neutrino Detector)

- Suche nach $\nu_\mu \to \nu_e$, $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$

- ν-Quelle: „Beam-Stop“
  Proton-Strahl-Abbremsung: $p + N \to \pi^+ + X$
  $\pi^+ \to \mu^+ + \boxed{\nu_\mu}$, $E(\nu_\mu) \leq 300\,\text{MeV}$
  $\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \boxed{\bar{\nu}_\mu}$, $E(\bar{\nu}_\mu) \leq 50\,\text{MeV}$

- ν-Detektor: Tank mit 167 t Öl
  1220 Photomultiplierröhren

  $\bar{\nu}_e$-Nachweis: $\bar{\nu}_e + p \to \boxed{e^+} + n$, $n + p \to d + \boxed{\gamma}$
  Verzögerte Koinzidenzmessung von e^+ (Cerenkov-, Szintillationsstrahlung) und γ

  ν_e-Nachweis: $\nu_e + C \to \boxed{e^-} + X$
  e-Nachweis durch Cerenkov- und Szintillationsstrahlung ($E(e) = 60 - 200\,\text{MeV}$)

- $L = 30\,\text{m}$, $\Delta m^2 \sim 10^{-1} - 10\,\text{eV}$

- Ergebnisse (1996, 1997):
  je ca. 20 $\nu_e, \bar{\nu}_e$ (statt 0)

- Interpretation als Oszillationen $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$, $\nu_\mu \to \nu_e$:

$$
\begin{aligned}
P_{\nu_\mu \to \nu_e} &= (2,6 \pm 1,5) \times 10^{-3} \\
P_{\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e} &= (3.1 \pm 1,5) \times 10^{-3}
\end{aligned}
$$

  Aber:

  – Nicht durch andere Experimente bestätigt

  – Andere Experimente (insbes. KARMEN2) schließen von LSND erlaubte $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ zu großen Teilen aus

- Mit Berücksichtigung der anderen Experimente:

$$
\boxed{\begin{array}{c} \sin^2(2\theta) \sim 10^{-3} \ldots 10^{-2} \\ 0,2\,\mathrm{eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 2\,\mathrm{eV}^2 \end{array}}
$$

Solare ν's

- ν-Quelle: Sonne, $E_\nu < 15\,$MeV

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow d + e^+ + \boxed{\nu_e} \\ {}^7Be + e^- &\rightarrow {}^7Li + \boxed{\nu_e} \\ {}^8B &\rightarrow {}^8Be + e^+ + \boxed{\nu_e} \end{aligned}$$

- ν-Detektoren:
  K, SuperK: $E_\nu > 6\,$MeV $(\nu_e + e^- \rightarrow \boxed{e^-} + \nu_e)$
  Homestake: $E_\nu > 0,8\,$MeV $(\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow \boxed{{}^{37}Ar} + e^-)$
  SAGE, GALLEX: $E_\nu > 0,2\,$MeV
  $(\nu_e + {}^{71}Ga \rightarrow \boxed{{}^{71}Ge} + e^-)$

- $\dfrac{\text{gemessene Anzahl } \nu_e\text{'s}}{\text{erwartete Anzahl } \nu_e\text{'s}} = 0,3 \ldots 0,6$

- Interpretation als ν–Oszillationen:
  - Vakuum-Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_X$ (Sonne-Erde)
    $\boxed{\Delta m^2 \sim 10^{-10}\,\text{eV},\ \sin^2(2\theta) \geq 0.6}$
  - MSW-Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_X$ in der Sonne
    $\boxed{\Delta m^2 \sim 10^{-5}\,\text{eV},\ \sin^2(2\theta) \sim 0,8 \text{ oder } 10^{-2}}$

Interpretation der Ergebnisse

	$\Delta m^2/\text{eV}^2$	"$\sin^2(2\theta)$"	Osz.
Atm.	2×10^{-3}	1	$\nu_\mu \to \nu_\tau$ (?)
Sonne, LMA	2×10^{-5}	$0,8$	$\nu_e \to \nu_X$
Sonne, SMA	5×10^{-6}	$0,006$	$\nu_e \to \nu_X$
Sonne–Erde	$\sim 10^{-10}$	$> 0,6$	$\nu_e \to \nu_X$
LSND	$0,2 - 2$	$10^{-3} - 10^{-2}$	$\nu_\mu \to \nu_e$

- $m_i \gg \sqrt{\Delta m^2} = \sqrt{|m_i^2 - m_j^2|}$ erfordert fast-Entartung, $m_i \sim m_j$

  Andernfalls: $\Delta m^2 \sim \max\{m_i^2, m_j^2\}$

- Ersetze $\sin^2(2\theta)\sin^2(L\Delta m^2/4E_\nu)$ durch

$$P_{ij} = |\sum_k U_{ik} U_{jk}^* \exp(\mathrm{i} m_k^2 L/2E_\nu)|^2$$

Bsp.: $i = 1, 2, 3$; $m_3^2 \gg m_2^2 \gg m_1^2$

$a)$ $E_\nu/L \gg m_3^2$:

$$P_{ij} \approx \delta_{ij}$$

$b)$ $E_\nu/L \sim m_3^2$:

$$P_{ij}(i \neq j) \approx 4|U_{i3}|^2|U_{j3}|^2 \sin^2(L\, m_3^2/4E_\nu)$$

$c)$ $E_\nu/L \sim m_2^2$:

$$\begin{aligned} P_{ij} \approx\ & |U_{i1}|^2|U_{j1}|^2 + |U_{i2}|^2|U_{j2}|^2 + |U_{i3}|^2|U_{j3}|^2 \\ & + 2\mathrm{Re}(U_{i2}U_{j2}^*U_{i3}^*U_{j3})\cos(L\, m_2^2/2E_\nu) \\ & - 2\mathrm{Im}(U_{i2}U_{j2}^*U_{i3}^*U_{j3})\sin(L\, m_2^2/2E_\nu) \end{aligned}$$

$d)$ $E_\nu/L \leq m_1^2$:

$$P_{ij} \approx |U_{i1}|^2|U_{j1}|^2 + |U_{i2}|^2|U_{j2}|^2 + |U_{i3}|^2|U_{j3}|^2$$

Neutrinomassen im Standardmodell

Fermionen des Standardmodells:

	Familien			Eichladungen		
	$f=1$	$f=2$	$f=3$	$SU(3)$	$SU(2)$	Y
	Leptonen					
$E^{\alpha i f}$	$\binom{\nu_e}{e}_L$	$\binom{\nu_\mu}{\mu}_L$	$\binom{\nu_\tau}{\tau}_L$	[1]	[2]	$-1/2$
$e_R^{\dot\alpha f}$	e_R	μ_R	τ_R	[1]	[1]	-1
	Quarks					
$Q^{\alpha i a f}$	$\binom{u^a}{d^a}_L$	$\binom{c^a}{s^a}_L$	$\binom{t^a}{b^a}_L$	[3]	[2]	$1/6$
$u_R^{\dot\alpha a f}$	u_R^a	c_R^a	t_R^a	[3]	[1]	$2/3$
$d_R^{\dot\alpha a f}$	d_R^a	s_R^a	b_R^a	[3]	[1]	$-1/3$

Eichinvarianz verbietet alle direkten Fermionmassenterme (Dirac und Majorana), z.B.:

EE : nicht invariant unter Y
Ee_R^* : nicht invariant unter $SU(2)$, Y
EQ : nicht invariant unter $SU(3)$, Y
Eu_R^* : nicht invariant unter $SU(3)$, $SU(2)$, Y

Fermionmassen durch spontane Symmetriebrechung (Vakuumerwartungswert des Higgs)

Higgs	$SU(3)$	$SU(2)$	Y
$H^i = \binom{H^1}{H^2}$	[1]	[2]	1/2

Yukawa-Kopplungen HEF, H^*EF :

- Eichsymmetrie erlaubt nur

$$\lambda^e_{ff'}\, H^{i*}\, e_R^{f*}\, E^{if'} \equiv H^{i*}\, e_R^\dagger\, \lambda^e\, E^i$$

- **Spontane Symmetriebrechung**: $\langle H^i \rangle = v \binom{0}{1}$

$$\langle H^{i*} \rangle\, e_R^\dagger\, \lambda^e\, E^i = v\, e_R^\dagger\, \lambda^e\, e_L$$

- Diagonalisierung: $v\lambda^e = \mathbb{V}_e^\dagger \mathbb{D}_e \mathbb{U}_e$

$$\tilde{E}^i = \mathbb{U}_e\, E^i \;,\;\; \tilde{e}_R = \mathbb{V}_e\, e_R$$

- $\boxed{\text{Keine Massenterme für die Neutrinos !}}$

- Leptonmassen und -wechselwirkungen gleichzeitig flavordiagonal

$m_\nu \neq 0$ durch Quantenkorrekturen?

Nein, wegen **Leptonzahlerhaltung** L:
L: globale Symmetrie(n)

$$E^f \to e^{\mathrm{i}\theta^f} E^f \ , \ e^f_R \to e^{\mathrm{i}\theta^f} e^f_R$$

L verbietet alle Terme $E E \mathcal{F}(H, H^*)$
(z.B. $E^{if} E^{jf'} H^k H^l \epsilon_{ik}\epsilon_{jl}$, eichinvariant!)

$$\boxed{\boldsymbol{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau} \textbf{ exakt masselos im Standardmodell}}$$

[Quarkmassen: Yukawa-Kopplungen $\Rightarrow$

$$\epsilon_{ij} \langle H^i \rangle \, u^\dagger_R \, \lambda^u \, Q^j = v \, u^\dagger_R \, \lambda^u \, u_L$$
$$\langle H^{i*} \rangle \, d^\dagger_R \, \lambda^d \, Q^i = v \, d^\dagger_R \, \lambda^d \, d_L$$

Diagonalisierung:

$$v\lambda^u = \mathbb{V}_u^\dagger \mathbb{D}_u \mathbb{U}_u \ , \ v\lambda^d = \mathbb{V}_d^\dagger \mathbb{D}_d \mathbb{U}_d$$
$$\tilde{u}_R = \mathbb{V}_u u_R \ , \ \tilde{d}_R = \mathbb{V}_d d_R$$
$$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} \mathbb{U}_u u_L \\ \mathbb{U}_d d_L \end{pmatrix} = \mathbb{U}_u \begin{pmatrix} u_L \\ \mathbb{U}_u^\dagger \mathbb{U}_d d_L \end{pmatrix}$$

$\mathbb{U}_u^\dagger \mathbb{U}_d$: Kobayashi-Maskawa-Matrix
verbleibt in geladenen Strömen

Massen und WWn nicht gleichzeitig flavordiagonal]

Ansätze jenseits des Standardmodells

1. Standardmodell plus rechtshändige ν's

	$f=1$	$f=2$	$f=3$	$SU(3)$	$SU(2)$	Y
$\nu_R^{\dot{\alpha} f}$	ν_{eR}	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$	[1]	[1]	0

- „Majorana-Massenterme“

$$\nu_R^\dagger M \nu_R^*$$

- Zusätzliche Yukawa-Kopplungen ($m := \frac{1}{2} v \lambda^\nu$)

$$\epsilon_{ij} \langle H^i \rangle \nu_R^* \lambda^\nu E_L^j \equiv \nu_R^\dagger m \nu_L + \nu_L^\top m^\top \nu_R^*$$

- Neutrinomassenmatrix: $\mathbb{M} = \begin{pmatrix} 0 & m^\top \\ m & M \end{pmatrix}$

- $M \ll m$: $m_\nu \sim v\lambda^\nu$, scheint „unnatürlich“:

$$\lambda^\nu \sim 10^{-11} \left(\frac{m_\nu}{\text{eV}}\right) \left(\frac{v}{200\text{GeV}}\right)^{-1}$$

- $M \gg m$: See-Saw

$$m_{\nu\,\text{leicht}} \sim m^2/M \ , \ m_{\nu\,\text{schwer}} \sim M$$

$$\lambda^\nu \sim \left(\frac{M}{10^{15}\text{GeV}}\right)^{1/2} \left(\frac{m_{\nu\,\text{leicht}}}{10^{-2}\text{eV}}\right)^{1/2} \left(\frac{v}{200\text{GeV}}\right)^{-1}$$

M aus fundamentalerer Theorie (z.B. GUT) ?

$$m_{\nu\,\text{leicht}}\, m_{\nu\,\text{schwer}} \stackrel{?}{\sim} m^2_{\ell \text{ oder } q}$$

- Neutrino-Oszillationen:

Diagonalisieren der Massenmatrix

$\downarrow$

Neutrinomischung

(vgl. Kobayashi-Maskawa-Matrix)

$\downarrow$

Neutrino-Oszillationen

2. Erweiterung des Higgssektors

$Bsp.:$

Higgs-Triplett	$SU(3)$	$SU(2)$	Y
$\Phi_I \ (I = 1, 2, 3)$	[1]	$[3]_{\mathbb{C}}$	-1

Symmetriebrechung $\quad \langle \Phi_I \rangle = \frac{w}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathrm{i} \\ 0 \end{pmatrix}$

ν-Massen durch Yukawa-Kopplungen $\Phi^* E E$:

$$(\epsilon\, \sigma^I)_{ij} \, \langle \Phi_I^* \rangle \, E^{i\top} \, \lambda^\nu \, E^j = -\sqrt{2}\, w \, \nu_L^\top \, \lambda^\nu \, \nu_L$$

Vektorbosonmassen (aus $\frac{1}{2} |D_\mu \langle \Phi \rangle|^2 + \frac{1}{2} |D_\mu \langle H \rangle|^2$):

$$m_W^2 = g_W^2 \, (v^2 + 2w^2)/4$$

$$m_Z^2 = (g_W^2 + g_Y^2)(v^2 + 4w^2)/4$$

$$\frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{1+2(w/v)^2}{1+4(w/v)^2} \overset{\text{exp.}}{=} 1 \pm 0,01$$

$$\Rightarrow \quad w/v < 0,07 \ , \ \lambda^\nu \sim 10^{-10} \, \frac{m_\nu}{\text{eV}} \left(\frac{w}{0{,}07 \cdot 200 \text{GeV}} \right)^{-1}$$

3. Erweiterung der Eichgruppe – GUTs

Prinzip:

- Eichgruppe $G \supset SU(3) \times SU(2) \times Y$

- G–Multiplets aus Quarks und Leptonen

- Fermionmassen durch spontane Symmetriebrechung

Bsp. $\boldsymbol{G = SU(5)}$ (minimale Version)

- Fermionen der 1. Familie:

$$\psi_{[5]} = (\nu_L, e_L, d_R^{a*}) \quad \psi_{[10]} = (u_L^a, d_L^a, u_R^{a*}, e_R^*)$$

- keine ν_R's

- $m_\nu = 0$ (exakt: B, L keine Symm., aber $B - L$)

Typisch für größere Eichgruppen:

- Zusätzliche Fermionen, insbes. ν_R's
- Neutrinomassen und -oszillationen
- L, B, $B-L$ nicht erhalten

Bsp. $\boldsymbol{G = SO(10)}$

- Fermionen der 1. Familie:

$$\psi_{[16]} = (u_L^a, d_L^a, u_R^{a*}, d_R^{a*}, \nu_L, e_L, e_R^*, \boxed{\nu_R^*})$$

- B, L keine Symmetrien; $B-L \in SO(10)$ spontan gebrochen: $(B-L)\langle H\rangle \neq 0$
- ν-Massen: Yukawa-Kopplungen $\langle H\rangle\psi\psi$,

  höher dimensionale Operatoren $\langle H\rangle\langle H\rangle\psi\psi$ (Quantenkorrekturen)

- $SO(10)$–Modell von Babu, Pati, Wilczek (Dezember 1998):

$$
\begin{aligned}
m_3 &\sim (0,03 - 0,1)\,\mathrm{eV} \\
m_2 &\sim (3,3 - 6,7) \times 10^{-3}\,\mathrm{eV} \\
m_1 &\sim (1 - 2) \times 10^{-6}\,\mathrm{eV}
\end{aligned}
$$

  – Konsistent mit SuperK-Ergebnissen und mit solarem ν-Defizit (SMA Lösung)

  – nicht konsistent mit LSND