

# Neutrinomassen

Habilitationsvortrag  
24. November 1999

- Einleitung
- **Die neuen experimentellen Ergebnisse**
  - Neutrino-Oszillationen
  - Experimente (SuperK, LSND)
  - Interpretation der Messergebnisse
- **Bedeutung für die Theorie**
  - Standardmodell
  - Ansätze jenseits des Standardmodells
- Zusammenfassung

# Einleitung

- Fermionmassen (Particle Data Group 1998):

	Familien („Flavors“)		
	1	2	3
Leptonen	Elektron	Muon	Tau
$m_\nu$	$< 15 \text{ eV}$	$< 0,17 \text{ MeV}$	$< 18,2 \text{ MeV}$
$m_\ell$	$0,5 \text{ MeV}$	$\sim 100 \text{ MeV}$	$\sim 1,8 \text{ GeV}$
Quarks	Up Down	Charm Strange	Top Bottom
$m_u$	$\sim 5 \text{ MeV}$	$\sim 1 \text{ GeV}$	$\sim 170 \text{ GeV}$
$m_d$	$\sim 5 \text{ MeV}$	$\sim 100 \text{ MeV}$	$\sim 4 \text{ GeV}$

- Standardmodell:  $m_\nu = 0$

- Experimentelle Hinweise auf  $m_\nu \neq 0$  !

$$10^{-6} \text{ eV} \leq m_\nu \leq 1 \text{ eV} \quad (?)$$

- $m_\nu \neq 0 \rightarrow$  Neue Physik !

## Fermionmassenterme

- Dirac-Spinor:  $\psi = \psi_L + \psi_R$
- 2-Spinoren:  $\psi_L = \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \end{pmatrix}$  ,  $\psi_R = \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \chi^2 \end{pmatrix}$
- (Linkshändiger Spinor)\* = Rechtshändiger Spinor
- Allgem. Massenterme ( $\xi^i = \psi_L^i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ):

$$\mathcal{L}_m = M_{ij} \xi^i \xi^j + \text{komplex konjugiert}$$

$$M_{ij} = M_{ji} \quad (\text{Massenmatrix})$$

- Diagonalisierung ( $M = M^T$ , aber i.a.  $M \neq M^\dagger$ ):

$$M = U^T D U, \quad U U^\dagger = \mathbf{1}$$

$$D = \text{diag}(m_1, m_2, \dots), \quad m_i \geq 0$$

$$\tilde{\xi}^i = U_{ij} \xi^j$$

- Interessanter Spezialfall:

$$\mathcal{L}_m = 2m\xi\eta + M\xi\xi + \text{hc}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}, \quad M \gg m > 0$$

$$\Rightarrow m_2 \approx m^2/M \ll m, \quad m_1 \approx M$$

$$m_1 m_2 = m^2 \quad (\text{geom. Mittel})$$

„See-Saw-Mechanismus“ („Massenwippe“)

$2m\xi\eta$  : „Dirac-Massenterm“

invariant unter  $\xi \rightarrow e^{i\theta}\xi$ ,  $\eta \rightarrow e^{-i\theta}\eta$

$M\xi\xi$  : „Majorana-Massenterm“

relevant für mögliche Neutrinomassen  
existiert nicht für geladene  $\xi$

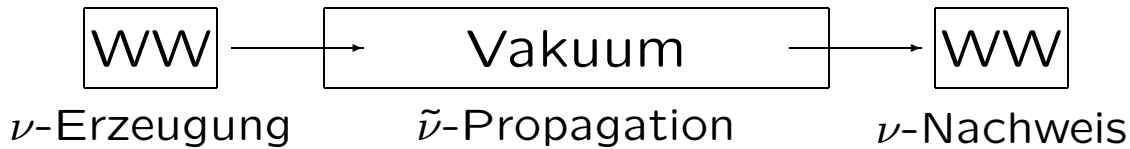
(kein prinzipieller Unterschied:

1 Dirac-Masse = 2 gleiche Majorana-Massen)

- Wichtig: i.a.

„WW-Eigenzustände“  $\neq$  Masseneigenzustände  
( $\rightarrow$  Neutrino-Oszillationen)

## Neutrino-Oszillationen im Vakuum



- $\nu_i$ : Eigenzustände der schwachen WW (Erzeugung, Nachweis durch schwache WW)

$\tilde{\nu}_i$ : Masseneigenzustände, frei im Vakuum

$$\tilde{\nu}_i \sim e^{i(E_i t - p x)}, \quad E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2}$$

$U_{ik}$ : unitäre Mischungsmatrix,  $\nu = U \tilde{\nu}$

- Zeitentwicklung von  $\nu_i$

$$\psi(t=0) = \nu_i \equiv U_{ik} \tilde{\nu}_k(t=0)$$

$$\psi(t) = U_{ik} e^{iE_k t} \tilde{\nu}_k(t=0) = U_{ik} e^{iE_k t} U_{kj}^\dagger \nu_j$$

- Wahrscheinlichkeit für  $\nu_i \rightarrow \nu_j$

$$P_{ij} = \left| \sum_k U_{ik} e^{iE_k t} U_{kj}^\dagger \right|^2$$

- Beispiel:  $i = 1, 2$ ; Erzeugung von  $\nu_1$  bei  $x = 0$ , Detektor bei  $x = L$

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$p \gg m_i, \quad E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2} \approx p + m_i^2/2p, \quad t \approx L \Rightarrow$$

$$P_{12} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4p}\right), \quad \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$$

- Oszillationslänge  $\pi = \Delta m^2 L_{\text{osz}}/4p$   
( $L \rightarrow L/c, m \rightarrow mc^2/\hbar, p \rightarrow pc/\hbar$ ):

$$\frac{L_{\text{osz}}}{\text{m}} = 2,5 \left(\frac{p}{\text{MeV}}\right) \left(\frac{\Delta m^2}{\text{eV}^2}\right)^{-1}$$

- Oszillationen nur für  $m_i \neq m_j$
- $\sin^2(2\theta) \ll 1$  oder  $L \ll L_{\text{osz}}$ :  $P_{12} \ll 1$
- $L \gg L_{\text{osz}}$ : Impulsunsicherheit + lange Laufstrecke  $\rightarrow$  Oszillationen mitteln sich heraus  
 $\rightarrow P_{12} = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta)$

## Neutrino-Oszillationen in Materie

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \mathbb{H}_{\text{mat}} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{H}_{\text{mat}} = \mathbb{H}_{\text{vac}} + \mathbb{V}_{\text{MSW}}$$

$$\mathbb{H}_{\text{vac}} = \mathbb{U}^\dagger \begin{pmatrix} p + m_1^2/2p & 0 \\ 0 & p + m_2^2/2p \end{pmatrix} \mathbb{U}$$

$$\mathbb{V}_{\text{MSW}} = G_F \begin{pmatrix} \sqrt{2} N_e - N_n/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -N_n/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$G_F$ : Fermi-Konstante

$N_e, N_n$ : Elektronendichte, Neutronendichte

Diagonalisierung:

$$\mathbb{H}_{\text{mat}} = \mathbb{U}_{\text{mat}}^\dagger \mathbb{D} \mathbb{U}_{\text{mat}}$$

$$\mathbb{U}_{\text{mat}} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\text{mat}} & \sin \theta_{\text{mat}} \\ -\sin \theta_{\text{mat}} & \cos \theta_{\text{mat}} \end{pmatrix}$$

Mischungswinkel:

$$\tan(2\theta_{\text{mat}}) = \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{\Delta m^2 \cos(2\theta) - 2\sqrt{2} p G_F N_e}$$

$\nu$ -Oszillation:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \sin^2(2\theta_{\text{mat}}) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)L}{4p}\right)$$

Kritische Dichte:

$$N_e^{\text{krit}} = \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta)}{2\sqrt{2} p G_F}$$

$$N_e = N_e^{\text{krit}} \Rightarrow \theta_{\text{mat}} = \pi/4$$

$\Rightarrow$  Oszillation mit Amplitude 1

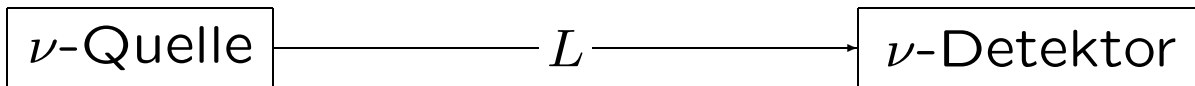
$$N_e = N_e^{\text{krit}} : P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)L}{4p}\right)$$

**MSW-Effekt** (Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein)



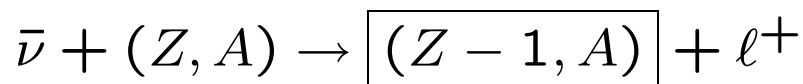
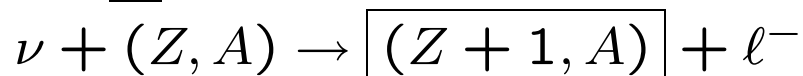
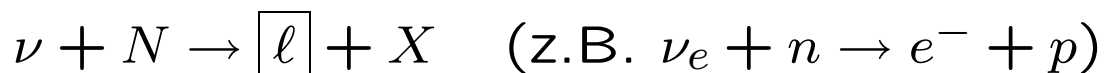
# Experimentelle Hinweise auf $m_\nu \neq 0$

## $\nu$ -Oszillations-Experimente



- $\nu$ -Quellen:  
Reaktor, Beschleuniger, Atmosphäre, Sonne

- $\nu$ -Nachweis durch Produkte von  $\nu$ -WWn

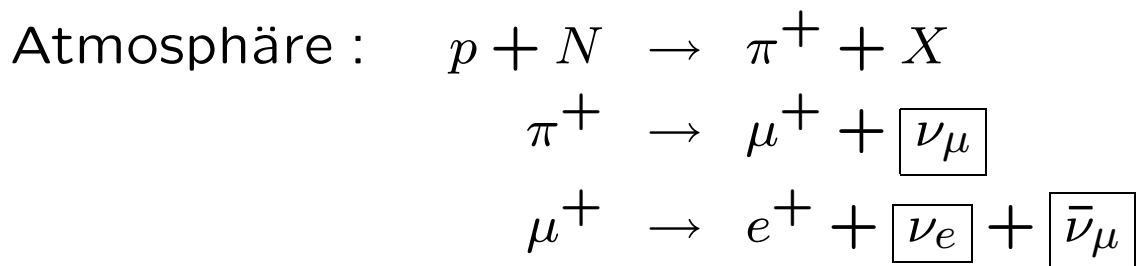


- $\Delta m^2$ -Bereich hängt von  $E_\nu/L$  ab

Quelle	$L/m$	$E_\nu/\text{MeV}$	$\Delta m^2/\text{eV}^2$
Reaktor	$10^{0...3}$	1	$10^{-3} \dots 1$
Beschl.	10	$10^{1...2}$	$10^{-1} \dots 10$
Atm.	$10^{4...7}$	$10^{2...4}$	$10^{-5} \dots 1$
Sonne	$10^{11}$	$10^{-1...1}$	$10^{-12} \dots 10^{-10}$ oder MSW

## Atmosphärische $\nu$ 's – Super-Kamiokande

- $\nu$ -Quelle: Atmosphäre,  $\nu$ -Erzeugung durch Protonen kosmischer Strahlung

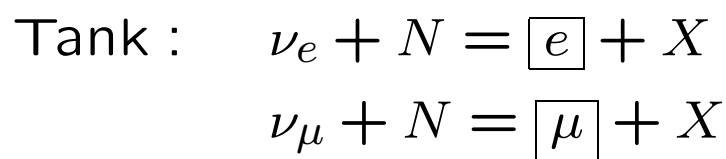


- $\nu$ -Detektor: **Super-Kamiokande**

Unterirdischer 50000 t Wassertank

Höhe 40 m, Durchmesser 40 m

13000 Photomultiplerröhren



Nachweis der  $e$ 's und  $\mu$ 's über deren Cerenkov-Strahlung

- $E_\nu = 10^2 - 10^4$  MeV,  $L = 20 - 13000$  km  
 $\Delta m^2 \sim 10^{-5} - 1$  eV

- Erwartung ohne  $\nu$ -Oszillationen  
( $\Theta$ : Zenith-Winkel,  $\hat{=} L$ ):

$$R_{\mu/e} = \frac{N(\nu_\mu)}{N(\nu_e)} \sim 2 \quad , \quad \frac{\partial R_{\mu/e}}{\partial \Theta} = 0$$

- Messergebnis für 4654 Ereignisse (1998):

$$R_{\mu/e} = R_{\mu/e}(\Theta) \sim 1...2$$

$$N(\nu_\mu)(\Theta) \neq N(\nu_\mu)(\pi - \Theta)$$

$$N(\nu_e)(\Theta) = N(\nu_e)(\pi - \Theta)$$

- Interpretation als Neutrino-Oszillationen:

$$\nu_\mu \longrightarrow \nu_X \quad , \quad \nu_X \stackrel{(?)}{=} \nu_\tau \quad (\nu_X \neq \nu_e)$$

$$5 \times 10^{-4} \text{ eV}^2 < \Delta m^2 < 6 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\sin^2(2\theta) > 0,82 \quad (90\% \text{CL})$$

Best Fit:  $\Delta m^2 = 2,2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  ,  $\sin^2(2\theta) = 1,0$

# Terrestrische $\nu$ 's – LSND

(LSND = Liquid Scintillating Neutrino Detector)

- Suche nach  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  ,  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$
- $\nu$ -Quelle: „Beam-Stop“  
Proton-Strahl-Abbremsung:  $p + N \rightarrow \pi^+ + X$   
 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \boxed{\nu_\mu}$  ,  $E(\nu_\mu) \leq 300 \text{ MeV}$   
 $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \boxed{\bar{\nu}_\mu}$  ,  $E(\bar{\nu}_\mu) \leq 50 \text{ MeV}$
- $\nu$ -Detektor: Tank mit 167 t Öl  
1220 Photomultiplerröhren  
 $\bar{\nu}_e$ -Nachweis:  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow \boxed{e^+} + n$  ,  $n + p \rightarrow d + \boxed{\gamma}$   
Verzögerte Koinzidenzmessung von  $e^+$   
(Cerenkov-, Szintillationsstrahlung) und  $\gamma$   
 $\nu_e$ -Nachweis:  $\nu_e + C \rightarrow \boxed{e^-} + X$   
 $e^-$ -Nachweis durch Cerenkov- und Szintillationsstrahlung ( $E(e) = 60 - 200 \text{ MeV}$ )
- $L = 30 \text{ m}$  ,  $\Delta m^2 \sim 10^{-1} - 10 \text{ eV}$

- Ergebnisse (1996, 1997):  
je ca. 20  $\nu_e, \bar{\nu}_e$  (statt 0)
- Interpretation als Oszillationen  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  ,  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ :

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} = (2,6 \pm 1,5) \times 10^{-3}$$

$$P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e} = (3.1 \pm 1,5) \times 10^{-3}$$

### Aber:

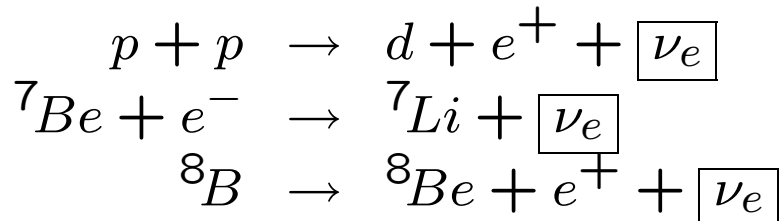
- Nicht durch andere Experimente bestätigt
- Andere Experimente (insbes. KARMEN2) schließen von LSND erlaubte ( $\sin^2 2\theta, \Delta m^2$ ) zu großen Teilen aus
- Mit Berücksichtigung der anderen Experimente:

$$\sin^2(2\theta) \sim 10^{-3} \dots 10^{-2}$$

$$0,2 \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 2 \text{ eV}^2$$

## Solare $\nu$ 's

- $\nu$ -Quelle: Sonne,  $E_\nu < 15 \text{ MeV}$



- $\nu$ -Detektoren:

K, SuperK:  $E_\nu > 6 \text{ MeV}$  ( $\nu_e + e^- \rightarrow \boxed{e^-} + \nu_e$ )

Homestake:  $E_\nu > 0,8 \text{ MeV}$  ( $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow \boxed{{}^{37}\text{Ar}} + e^-$ )

SAGE, GALLEX:  $E_\nu > 0,2 \text{ MeV}$

( $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow \boxed{{}^{71}\text{Ge}} + e^-$ )

- $\frac{\text{gemessene Anzahl } \nu_e\text{'s}}{\text{erwartete Anzahl } \nu_e\text{'s}} = 0,3 \dots 0,6$

- Interpretation als  $\nu$ -Oszillationen:

– Vakuum-Oszillationen  $\nu_e \rightarrow \nu_X$  (Sonne-Erde)

$$\boxed{\Delta m^2 \sim 10^{-10} \text{ eV}, \sin^2(2\theta) \geq 0.6}$$

– MSW-Oszillationen  $\nu_e \rightarrow \nu_X$  in der Sonne

$$\boxed{\Delta m^2 \sim 10^{-5} \text{ eV}, \sin^2(2\theta) \sim 0,8 \text{ oder } 10^{-2}}$$

## Interpretation der Ergebnisse

	$\Delta m^2 / \text{eV}^2$	" $\sin^2(2\theta)$ "	Osz.
Atm.	$2 \times 10^{-3}$	1	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ (?)
Sonne, LMA	$2 \times 10^{-5}$	0,8	$\nu_e \rightarrow \nu_X$
Sonne, SMA	$5 \times 10^{-6}$	0,006	$\nu_e \rightarrow \nu_X$
Sonne-Erde	$\sim 10^{-10}$	$> 0,6$	$\nu_e \rightarrow \nu_X$
LSND	0,2 – 2	$10^{-3} - 10^{-2}$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$

- $m_i \gg \sqrt{\Delta m^2} = \sqrt{|m_i^2 - m_j^2|}$  erfordert fast-Entartung,  $m_i \sim m_j$

Andernfalls:  $\Delta m^2 \sim \max\{m_i^2, m_j^2\}$

- Ersetze  $\sin^2(2\theta) \sin^2(L\Delta m^2/4E_\nu)$  durch

$$P_{ij} = \left| \sum_k U_{ik} U_{jk}^* \exp(im_k^2 L/2E_\nu) \right|^2$$

Bsp.:  $i = 1, 2, 3; m_3^2 \gg m_2^2 \gg m_1^2$

a)  $E_\nu/L \gg m_3^2 :$

$$P_{ij} \approx \delta_{ij}$$

b)  $E_\nu/L \sim m_3^2 :$

$$P_{ij}(i \neq j) \approx 4|U_{i3}|^2|U_{j3}|^2 \sin^2(L m_3^2/4E_\nu)$$

c)  $E_\nu/L \sim m_2^2 :$

$$\begin{aligned} P_{ij} \approx & |U_{i1}|^2|U_{j1}|^2 + |U_{i2}|^2|U_{j2}|^2 + |U_{i3}|^2|U_{j3}|^2 \\ & + 2\text{Re}(U_{i2}U_{j2}^*U_{i3}^*U_{j3}) \cos(L m_2^2/2E_\nu) \\ & - 2\text{Im}(U_{i2}U_{j2}^*U_{i3}^*U_{j3}) \sin(L m_2^2/2E_\nu) \end{aligned}$$

d)  $E_\nu/L \leq m_1^2 :$

$$P_{ij} \approx |U_{i1}|^2|U_{j1}|^2 + |U_{i2}|^2|U_{j2}|^2 + |U_{i3}|^2|U_{j3}|^2$$



# Neutrinomassen im Standardmodell

Fermionen des Standardmodells:

	Familien			Eichladungen		
	$f = 1$	$f = 2$	$f = 3$	$SU(3)$	$SU(2)$	$Y$
Leptonen						
$E^{\alpha if}$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	[1]	[2]	-1/2
$e_R^{\dot{\alpha} f}$	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	[1]	[1]	-1
Quarks						
$Q^{\alpha i a f}$	$\begin{pmatrix} u^a \\ d^a \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c^a \\ s^a \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t^a \\ b^a \end{pmatrix}_L$	[3]	[2]	1/6
$u_R^{\dot{\alpha} a f}$	$u_R^a$	$c_R^a$	$t_R^a$	[3]	[1]	2/3
$d_R^{\dot{\alpha} a f}$	$d_R^a$	$s_R^a$	$b_R^a$	[3]	[1]	-1/3

Eichinvarianz verbietet alle direkten Fermionmassenterme (Dirac und Majorana), z.B.:

$EE$  : nicht invariant unter  $Y$

$Ee_R^*$  : nicht invariant unter  $SU(2)$ ,  $Y$

$EQ$  : nicht invariant unter  $SU(3)$ ,  $Y$

$Eu_R^*$  : nicht invariant unter  $SU(3)$ ,  $SU(2)$ ,  $Y$

Fermionmassen durch spontane Symmetriebrechung  
(Vakuumerwartungswert des Higgs)

Higgs	$SU(3)$	$SU(2)$	$Y$
$H^i = \begin{pmatrix} H^1 \\ H^2 \end{pmatrix}$	[1]	[2]	1/2

**Yukawa-Kopplungen**  $HEF$ ,  $H^*EF$  :

- Eichsymmetrie erlaubt nur

$$\lambda_{ff'}^e H^{i*} e_R^{f*} E^{if'} \equiv H^{i*} e_R^\dagger \lambda^e E^i$$

- **Spontane Symmetriebrechung:**  $\langle H^i \rangle = v \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\langle H^{i*} \rangle e_R^\dagger \lambda^e E^i = v e_R^\dagger \lambda^e e_L$$

- Diagonalisierung:  $v\lambda^e = V_e^\dagger D_e U_e$

$$\tilde{E}^i = U_e E^i, \quad \tilde{e}_R = V_e e_R$$

- Keine Massenterme für die Neutrinos !

- Leptonmassen und -wechselwirkungen gleichzeitig flavordiagonal

$m_\nu \neq 0$  durch Quantenkorrekturen?

Nein, wegen **Leptonzahlerhaltung**  $L$ :

$L$ : globale Symmetrie(n)

$$E^f \rightarrow e^{i\theta^f} E^f, \quad e_R^f \rightarrow e^{i\theta^f} e_R^f$$

$L$  verbietet alle Terme  $EE \mathcal{F}(H, H^*)$

(z.B.  $E^{if} E^{jf'} H^k H^l \epsilon_{ik} \epsilon_{jl}$ , eichinvariant!)

$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  exakt masselos im Standardmodell

[Quarkmassen: Yukawa-Kopplungen  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij} \langle H^i \rangle u_R^\dagger \lambda^u Q^j &= v u_R^\dagger \lambda^u u_L \\ \langle H^{i*} \rangle d_R^\dagger \lambda^d Q^i &= v d_R^\dagger \lambda^d d_L \end{aligned}$$

Diagonalisierung:

$$\begin{aligned} v\lambda^u &= V_u^\dagger D_u U_u, \quad v\lambda^d = V_d^\dagger D_d U_d \\ \tilde{u}_R &= V_u u_R, \quad \tilde{d}_R = V_d d_R \\ \tilde{Q} &= \begin{pmatrix} U_u u_L \\ U_d d_L \end{pmatrix} = U_u \begin{pmatrix} u_L \\ U_u^\dagger U_d d_L \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$U_u^\dagger U_d$ : Kobayashi-Maskawa-Matrix

verbleibt in geladenen Strömen

Massen und WWn nicht gleichzeitig flavordiagonal]

# Ansätze jenseits des Standardmodells

## 1. Standardmodell plus rechtshändige $\nu$ 's

	$f = 1$	$f = 2$	$f = 3$	$SU(3)$	$SU(2)$	$Y$
$\nu_R^{\dot{\alpha}f}$	$\nu_{eR}$	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$	[1]	[1]	0

- „Majorana-Massenterme“

$$\nu_R^\dagger M \nu_R^*$$

- Zusätzliche Yukawa-Kopplungen ( $m := \frac{1}{2}v\lambda^\nu$ )

$$\epsilon_{ij} \langle H^i \rangle \nu_R^* \lambda^\nu E_L^j \equiv \nu_R^\dagger m \nu_L + \nu_L^\top m^\top \nu_R^*$$

- Neutrinomassenmatrix:  $M = \begin{pmatrix} 0 & m^\top \\ m & M \end{pmatrix}$

- $M \ll m$ :  $m_\nu \sim v\lambda^\nu$ , scheint „unnatürlich“:

$$\lambda^\nu \sim 10^{-11} \left( \frac{m_\nu}{\text{eV}} \right) \left( \frac{v}{200\text{GeV}} \right)^{-1}$$

- $M \gg m$ : See-Saw

$$m_{\nu \text{ leicht}} \sim m^2/M, \quad m_{\nu \text{ schwer}} \sim M$$

$$\lambda^{\nu} \sim \left( \frac{M}{10^{15} \text{ GeV}} \right)^{1/2} \left( \frac{m_{\nu \text{ leicht}}}{10^{-2} \text{ eV}} \right)^{1/2} \left( \frac{v}{200 \text{ GeV}} \right)^{-1}$$

$M$  aus fundamentalerer Theorie (z.B. GUT) ?

$$m_{\nu \text{ leicht}} m_{\nu \text{ schwer}} \stackrel{?}{\sim} m_{\ell}^2 \text{ oder } q$$

- Neutrino-Oszillationen:

Diagonalisieren der Massenmatrix



Neutrinomischung

(vgl. Kobayashi-Maskawa-Matrix)



Neutrino-Oszillationen

## 2. Erweiterung des Higgssektors

Bsp. :

Higgs-Triplett	$SU(3)$	$SU(2)$	$Y$
$\Phi_I \ (I = 1, 2, 3)$	[1]	[3] <sub>C</sub>	-1

Symmetriebrechung  $\langle \Phi_I \rangle = \frac{w}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$

$\nu$ -Massen durch Yukawa-Kopplungen  $\Phi^* E E$  :

$$(\epsilon \sigma^I)_{ij} \langle \Phi_I^* \rangle E^{i\top} \lambda^\nu E^j = -\sqrt{2} w \nu_L^\top \lambda^\nu \nu_L$$

Vektorbosonmassen (aus  $\frac{1}{2}|D_\mu \langle \Phi \rangle|^2 + \frac{1}{2}|D_\mu \langle H \rangle|^2$ ):

$$m_W^2 = g_W^2 (v^2 + 2w^2)/4$$

$$m_Z^2 = (g_W^2 + g_Y^2)(v^2 + 4w^2)/4$$

$$\frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{1+2(w/v)^2}{1+4(w/v)^2} \stackrel{\text{exp.}}{=} 1 \pm 0,01$$

$$\Rightarrow w/v < 0,07, \quad \lambda^\nu \sim 10^{-10} \frac{m_\nu}{\text{eV}} \left( \frac{w}{0,07 \cdot 200 \text{GeV}} \right)^{-1}$$

### 3. Erweiterung der Eichgruppe – GUTs

Prinzip:

- Eichgruppe  $G \supset SU(3) \times SU(2) \times Y$
- $G$ -Multiplets aus Quarks und Leptonen
- Fermionmassen durch spontane Symmetriebrechung

**Bsp.**  $G = SU(5)$  (minimale Version)

- Fermionen der 1. Familie:

$$\psi_{[5]} = (\nu_L, e_L, d_R^{a*}) \quad \psi_{[10]} = (u_L^a, d_L^a, u_R^{a*}, e_R^*)$$

- keine  $\nu_R$ 's
- $m_\nu = 0$  (exakt:  $B, L$  keine Symm., aber  $B - L$ )

Typisch für größere Eichgruppen:

- Zusätzliche Fermionen, insbes.  $\nu_R$ 's
- Neutrinomassen und -oszillationen
- $L, B, B - L$  nicht erhalten

**Bsp.  $G = SO(10)$**

- Fermionen der 1. Familie:

$$\psi_{[16]} = (u_L^a, d_L^a, u_R^{a*}, d_R^{a*}, \nu_L, e_L, e_R^*, \boxed{\nu_R^*})$$

- $B, L$  keine Symmetrien;  $B - L \in SO(10)$  spontan gebrochen:  $(B - L)\langle H \rangle \neq 0$
- $\nu$ -Massen: Yukawa-Kopplungen  $\langle H \rangle \psi \psi$ ,  
höher dimensionale Operatoren  $\langle H \rangle \langle H \rangle \psi \psi$   
(Quantenkorrekturen)



- $SO(10)$ -Modell von Babu, Pati, Wilczek (Dezember 1998):

$$m_3 \sim (0,03 - 0,1) \text{ eV}$$

$$m_2 \sim (3,3 - 6,7) \times 10^{-3} \text{ eV}$$

$$m_1 \sim (1 - 2) \times 10^{-6} \text{ eV}$$

- Konsistent mit SuperK-Ergebnissen und mit solarem  $\nu$ -Defizit (SMA Lösung)
- nicht konsistent mit LSND